

# ЗМІСТ

Передмова .....	11
<b>Розділ 1. Вступ до аналізу</b> .....	<b>13</b>
1.1. Поняття множини .....	13
1.2. Операції над множинами .....	17
1.3. Функція однієї змінної .....	21
1.4. Загальні відомості про функції .....	23
1.4.1. Парні і непарні функції .....	23
1.4.2. Періодичні функції .....	24
1.4.3. Обмежені функції .....	25
1.4.4. Обернена функція .....	26
1.4.5. Монотонність функції .....	28
1.4.6. Складені функції .....	28
1.4.7. Неявні функції .....	30
<b>Розділ 2. Границя і неперервність функції</b> .....	<b>31</b>
2.1. Границя функції неперервного аргументу .....	31
2.2. Нескінченно малі та нескінченно великі функції .....	34
2.3. Властивості границь функцій та правила знаходження границь .....	38
2.4. Неперервність функції .....	45
2.5. Асимптоти функції .....	53
Вправи до розділу 2 .....	55
<b>Розділ 3. Похідна функції та її застосування</b> .....	<b>58</b>
3.1. Приріст аргументу та приріст функції .....	58
3.2. Похідна функції .....	61
3.3. Диференціювання функцій .....	64
3.4. Фізичний зміст першої та другої похідної .....	68
3.5. Геометричний зміст похідної .....	70
3.6. Основні теореми диференціального числення .....	73
3.7. Застосування похідної для визначення інтервалів монотонності та екстремумів функції .....	77
3.8. Застосування другої похідної для дослідження опуклості кривої та знаходження точок перегину .....	81
3.9. Повне дослідження функції .....	84
3.10. Розкриття невизначеностей за правилами Лопітала .....	87
3.11. Варіант поточного контролю засвоєння теми .....	89
Вправи до розділу 3 .....	92

<b>Розділ 4. Диференціал функції та його застосування</b> .....	98
4.1. Означення диференціала.....	98
4.2. Геометричний зміст диференціала.....	102
4.3. Основні формули і правила диференціювання.....	103
4.4. Диференціали вищих порядків.....	105
4.5. Застосування диференціала для лінійної апроксимації функції.....	107
4.6. Застосування диференціала для оцінки граничної похибки опосередкованих вимірювань.....	109
4.7. Варіант поточного контролю засвоєння теми.....	113
Вправи до розділу 4.....	115
<b>Розділ 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних</b> .....	118
5.1. Поняття $m$ -вимірному евклідовому простору.....	118
5.2. Функція багатьох змінних.....	122
5.3. Границя і неперервність функції багатьох змінних.....	128
5.4. Частинні похідні функцій багатьох змінних.....	132
5.5. Частинні та повний диференціали функцій багатьох змінних.....	137
5.6. Застосування повного диференціала як лінійної апроксимації функцій.....	142
5.7. Визначення граничної похибки опосередкованих вимірювань.....	147
5.8. Застосування повного диференціала для операцій з наближеними числами.....	149
5.9. Варіант поточного контролю засвоєння теми.....	150
Вправи до розділу 5.....	152
<b>Розділ 6. Інтегральне числення. Застосування інтегрального числення</b> .....	155
6.1. Невизначений інтеграл.....	155
6.2. Основні властивості невизначеного інтеграла.....	158
6.3. Таблиця основних інтегралів.....	159
6.4. Безпосереднє інтегрування.....	160
6.5. Інтегрування методом заміни змінної.....	161
6.6. Метод інтегрування частинами.....	165
6.7. Визначений інтеграл.....	167
6.8. Властивості визначеного інтеграла.....	171
6.9. Невласні інтеграли.....	177

6.9.1. Невласні інтеграли з нескінченними проміжками інтегрування .....	177
6.9.2. Невласні інтеграли від необмежених на проміжку інтегрування функцій.....	180
6.10. Наближені методи обчислення визначеного інтеграла.....	183
6.11. Деякі застосування визначеного інтеграла .....	186
6.11.1. Обчислення площі плоскої фігури .....	186
6.11.2. Шлях при нерівномірному русі .....	187
6.11.3. Робота змінної сили .....	189
6.11.4. Чисельність популяцій .....	190
6.11.5. Продукт хімічної реакції .....	191
6.11.6. Застосування теореми про середнє значення .....	192
6.11.7. Доза радіаційного опромінення .....	193
6.11.8. Інтегральні спектральні характеристики джерел випромінювання .....	195
6.12. Варіант поточного контролю засвоєння теми .....	196
Вправи до розділу 6.....	199

## **Розділ 7. Диференціальні рівняння. Моделювання процесів**

<b>диференціальними рівняннями .....</b>	<b>205</b>
7.1. Основні поняття .....	205
7.2. Диференціальні рівняння першого порядку. Загальний розгляд .....	208
7.3. Диференціальні рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними.....	211
7.4. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку .....	215
7.5. Диференціальні рівняння другого порядку .....	220
7.5.1. Диференціальне рівняння другого порядку, яке не містить шуканої функції та її похідної .....	222
7.5.2. Диференціальне рівняння другого порядку, яке не містить шуканої функції.....	223
7.6. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами .....	224
7.7. Моделювання процесів лінійним однорідним диференціальним рівнянням першого порядку.....	228
7.7.1. Радіоактивний розпад .....	228
7.7.2. Закон поглинання світла Бутера та закон поглинання іонізуючого випромінювання.....	229

7.7.3.	Закон охолодження тіла.....	230
7.7.4.	Закон розмноження бактерій.....	231
7.7.5.	Закон розчинення лікарської речовини з таблетки .....	231
7.8.	Кінетика хімічних реакцій .....	232
7.8.1.	Хімічні реакції першого порядку: $A \rightarrow$ продукт реакції .....	232
7.8.2.	Хімічні реакції другого порядку: $A + B \rightarrow$ продукт реакції.....	234
7.9.	Фармакокінетичні моделі .....	236
7.9.1.	Однокамерна лінійна фармакокінетична модель.....	236
7.9.2.	Однокамерна лінійна фармакокінетична модель із всмоктуванням.....	238
7.9.3.	Однокамерна лінійна модель з крапельницею .....	240
7.10.	Варіант поточного контролю засвоєння теми «Розв'язування диференціальних рівнянь» .....	241
7.11.	Варіант поточного контролю засвоєння теми «Моделювання процесів диференціальними рівняннями» .....	243
	Вправи до розділу 7 .....	245
<b>Розділ 8.</b>	<b>Ймовірності випадкових подій .....</b>	<b>251</b>
8.1.	Предмет теорії ймовірностей .....	251
8.2.	Статистичне означення ймовірності випадкової події.....	253
8.3.	Класичне означення ймовірності випадкової події .....	257
8.4.	Теоретико-множинний розгляд випадкових подій.....	260
8.5.	Функція ймовірностей.....	264
8.6.	Умовна ймовірність.....	267
8.7.	Теореми множення ймовірностей.....	271
8.8.	Теореми додавання ймовірностей.....	274
8.9.	Формула повної ймовірності .....	279
8.10.	Формула Байеса .....	281
	Вправи до розділу 8 .....	284
<b>Розділ 9.</b>	<b>Аналіз випадкових величин .....</b>	<b>289</b>
9.1.	Випадкова величина .....	289
9.2.	Способи задання закону розподілу для дискретних випадкових величин.....	291
9.3.	Функція розподілу та її властивості.....	294
9.4.	Квантілі .....	297
9.5.	Функція щільності розподілу та її властивості.....	300
9.6.	Математичне сподівання .....	304
9.7.	Властивості математичного сподівання .....	307

9.8.	Дисперсія та стандартне відхилення.....	311
9.9.	Властивості дисперсії.....	313
9.10.	Центровані та нормовані випадкові величини.....	316
9.11.	Варіант поточного контролю засвоєння теми «Аналіз дискретних випадкових величин».....	317
9.12.	Варіант поточного контролю засвоєння теми «Функція розподілу випадкової величини».....	319
9.13.	Варіант поточного контролю засвоєння теми «Функція щільності розподілу випадкової величини».....	321
	Вправи до розділу 9.....	323
	<b>Розділ 10. Основні закони розподілу випадкових величин.....</b>	<b>331</b>
10.1.	Біномний закон розподілу.....	331
10.2.	Поліномний розподіл.....	334
10.3.	Апроксимаційні формули Муавра – Лапласа.....	336
10.4.	Розподіл Пуассона.....	340
10.5.	Рівномірний розподіл.....	342
10.6.	Експонентний розподіл.....	345
10.7.	Нормальний закон розподілу.....	347
10.8.	Стандартний нормальний розподіл.....	349
10.9.	Варіант поточного контролю засвоєння теми «Основні закони розподілу дискретних випадкових величин».....	353
10.10.	Варіант поточного контролю засвоєння теми «Основні закони розподілу неперервних випадкових величин».....	355
	Вправи до розділу 10.....	357
	<b>Розділ 11. Граничні закони теорії ймовірностей.....</b>	<b>364</b>
11.1.	Сукупність незалежних випадкових величин.....	365
11.2.	Нерівність Чебишова. Перша форма.....	369
11.3.	Нерівність Чебишова. Друга форма.....	372
11.4.	Закон великих чисел у формі Чебишова.....	376
11.5.	Застосування теореми Чебишова в теорії вимірювань.....	380
11.6.	Закон великих чисел у формі Бернуллі.....	382
11.7.	Центральна гранична теорема. Прикладне значення центральної граничної теореми.....	385
	Вправи до розділу 11.....	389
	<b>Розділ 12. Закони розподілу статистик вибірки.....</b>	<b>392</b>
12.1.	$\chi^2$ -розподіл (розподіл Пірсона).....	392

12.2. $t$ -розподіл (розподіл Стьюдента) .....	398
12.3. $F$ -розподіл (розподіл Фішера - Снедекора).....	405
Вправи до розділу 12.....	410

**Розділ 13. Аналіз варіаційних рядів** ..... 412

13.1. Генеральна та вибіркочна сукупності .....	412
13.2. Дискретний варіаційний ряд.....	414
13.3. Емпірична функція розподілу для дискретної ознаки.....	416
13.4. Інтервальний варіаційний ряд.....	419
13.5. Емпірична функція щільності розподілу .....	424
13.6. Емпірична функція розподілу неперервної ознаки.....	428
13.7. Варіант поточного контролю засвоєння теми .....	433
Вправи до розділу 13.....	435

**Розділ 14. Оцінювання параметрів розподілу досліджуваної**

<b>ознаки</b> .....	439
14.1. Поняття статистичного оцінювання.....	439
14.2. Точкові оцінки характеристик розподілу .....	441
14.3. Вірогідний проміжок для математичного сподівання нормально розподіленої ознаки при відомій дисперсії.....	448
14.4. Вірогідний проміжок для математичного сподівання нормально розподіленої ознаки з невідомою дисперсією .....	452
14.5. Вірогідний проміжок для дисперсії нормально розподіленої ознаки.....	454
14.6. Вірогідний проміжок для частки.....	459
14.7. Оцінювання випадкової похибки сукупності вимірювань.....	462
14.7.1. Оцінювання випадкової похибки сукупності прямих вимірювань .....	463
14.7.2. Оцінювання випадкової похибки сукупності опосередкованих вимірювань .....	464
14.8. Варіант поточного контролю засвоєння теми .....	468
Вправи до розділу 14.....	470

**Розділ 15. Статистична перевірка гіпотез** ..... 473

15.1. Основні засади статистичної перевірки гіпотез.....	474
15.2. Перевірка вибірки на однорідність та виявлення промахів серед дослідних даних.....	483
15.3. Перевірка методу аналізу на наявність систематичної помилки .....	486

15.3.1. Дисперсія методу відома й дорівнює $\sigma^2$ .....	487
15.3.2. Дисперсія методу невідома.....	489
15.4. Порівняння нового методу аналізу зі стандартним за вдтворюваністю .....	491
15.5. Вплив дії фактора на зміщення центра розподілу ознаки.....	493
Вправи до розділу 15 .....	495

## **Розділ 16. Статистична перевірка гіпотез про рівність**

<b>параметрів незалежних нормальних сукупностей</b> .....	497
16.1. Загальна схема перевірки гіпотез.....	497
16.2. Перевірка статистичної гіпотези про рівність дисперсій двох нормальних сукупностей .....	500
16.2.1. Двостороння критична область .....	501
16.2.2. Одностороння критична область.....	504
16.3. Перевірка гіпотези про рівність центрів розподілу двох незалежних нормальних сукупностей при великих вибірках.....	507
16.3.1. Двостороння критична область .....	507
16.3.2. Одностороння критична область .....	510
16.4. Перевірка гіпотези про рівність центрів розподілу двох незалежних нормальних сукупностей при малих вибірках, коли дисперсії сукупностей вважаються однаковими .....	512
16.4.1. Двостороння критична область .....	512
16.4.2. Одностороння критична область .....	514
16.5. Перевірка гіпотези про рівність центрів розподілу двох незалежних нормальних сукупностей, коли їх дисперсії невідомі і не вважаються однаковими.....	516
16.6. Перевірка гіпотези про рівність центрів розподілу двох спряжених сукупностей .....	518
16.7. Варіант поточного контролю засвоєння теми.....	520
Вправи до розділу 16 .....	523

## **Розділ 17. Критерії узгодженості законів розподілу**

<b>досліджуваних ознак</b> .....	526
17.1. Критерій Пірсона для дискретних ознак .....	527
17.2. Критерій Пірсона для неперервних ознак .....	532
Вправи до розділу 17 .....	536

## **Розділ 18. Однофакторний дисперсійний аналіз** ..... 538 |

18.1. Основні поняття дисперсійного аналізу .....	538
---	-----

18.2. Однофакторний дисперсійний аналіз. Параметрична модель .....	541
18.3. Методи сукупних порівнянь середніх .....	548
18.3.1. Метод Тьюкі.....	549
18.3.2. Метод Шеффе.....	554
18.3.3. Множинний <i>t</i> -метод .....	554
18.4. Варіант поточного контролю засвоєння теми .....	556
Вправи до розділу 18 .....	559
<b>Розділ 19. Аналіз взаємозв'язку між ознаками</b> .....	<b>562</b>
19.1. Статистичний зв'язок між неперервними ознаками .....	562
19.2. Кореляційна залежність.....	565
19.3. Емпірична лінія регресії .....	567
19.4. Коефіцієнт кореляції.....	572
19.5. Оцінка коефіцієнта кореляції.....	574
19.6. Варіант поточного контролю засвоєння теми .....	578
Вправи до розділу 19 .....	580
<b>Розділ 20. Однофакторний регресійний аналіз</b> .....	<b>584</b>
20.1. Точкове оцінювання параметрів лінійної регресії методом найменших квадратів .....	584
20.2. Перевірка гіпотези про наявність лінійного кореляційного зв'язку.....	589
20.3. Інтервальні оцінки параметрів лінійної регресії та лінії регресії.....	593
Вправи до розділу 20 .....	596
<b>Додатки</b> .....	<b>599</b>
<b>Література</b> .....	<b>627</b>
<b>Предметний покажчик</b> .....	<b>629</b>